

Una nueva versión de la probabilidad de detención

Sergio Daicz

sdaicz@dc.uba.ar

Departamento de Computación

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Resumen

En este trabajo demostramos que *la probabilidad de que una máquina universal de Chaitin lea sólo una porción finita de su cinta de programa, aun disponiendo de tiempo infinito*, es un número totalmente impredecible, incluso contando con un oráculo para el problema de la detención. Esto puede verse como el análogo en cálculos infinitos de la aleatoriedad de la probabilidad de detención para cálculos finitos.

1 Introducción

El trabajo de Martin-Löf [12], Chaitin [3], Kolmogorov [10], Solovay y otros permitió tener una definición matemática de número real aleatorio. Chaitin [4] encontró un ejemplo natural de número aleatorio: Ω , la probabilidad de detención de una máquina universal autodelimitante (también llamada máquina universal de Chaitin). Además de ser aleatorio, este número tiene la propiedad de ser aproximable en el límite desde abajo, propiedad que en la literatura se denomina real recursivamente enumerable (r. e.).

Recientemente Slaman [13], a partir del trabajo de Calude y otros [2], ha demostrado que la clase de reales aleatorios r. e. coincide con la de los Ω -numbers, es decir que todo real aleatorio r. e. es la probabilidad de detención de alguna máquina universal autodelimitante.

Surge entonces el interés por estudiar reales aleatorios fuera de esta clase. En este trabajo demostraremos que *la probabilidad de que una máquina universal de Chaitin lea sólo una porción finita de su cinta de programa, aun disponiendo de tiempo infinito*, es un número aleatorio no r. e. Veremos que es totalmente impredecible, aun disponiendo de un oráculo para el problema de la detención. Esto puede resultar de interés en el contexto de una teoría de complejidad algorítmica de conjuntos, como la que inicia Chaitin en [5].

El trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 presentamos las definiciones de máquinas autodelimitantes para cálculos finitos e infinitos, la noción de complejidad algorítmica, de número aleatorio, de número r. e. y de computabilidad relativa, así como los resultados previos que necesitaremos a continuación. En la sección 3 demostramos nuestro resultado. Finalmente, en la sección 4 proponemos posibles trabajos siguiendo esta línea de investigación.